

# FUNÇÃO ESPALHAMENTO PONTUAL EM IMAGENS DE UM RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA (SAR)

DAVID FERNANDES<sup>1</sup>  
NELSON DELFINO D'ÁVILA MASCARENHAS<sup>2</sup>  
FERNANDO TOSHINORI SAKANE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ITA - INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA  
12228-900 - S. José dos Campos, SP, Brasil  
FAX:(0123)22-9195

<sup>2</sup> INPE - INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS  
DIVISÃO DE PROCESSAMENTO DE IMAGENS  
12201-970 - C.P. 515 - S. José dos Campos, SP, Brasil

**Abstract.** A Synthetic Aperture Radar (SAR) imaging process is analyzed in detail, taking into consideration its parameters and the geometry and reflectivity properties of the scene illuminated by the radar antenna. The point spread function, which is the image generated by an ideal point target, is determined and the theoretical results are compared with a corner reflector image generated at INPE from the data collected by the E-SAR system of the German Space Agency DLR.

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema SAR (radar de abertura sintética) consiste de um radar instalado em uma aeronave ou satélite, com uma rede virtual de antenas que apresenta um diagrama de irradiação com abertura angular estreita, sintetizada a partir de uma única antena com diagrama de irradiação de abertura maior através do processamento do sinal eco formado a partir da emissão e recepção de vários pulsos. Consegue-se, assim, formar imagens de alta resolução azimutal.

A resolução radial é obtida através da técnica de compressão de pulsos (seção 2), que também é utilizada em radares de abertura real (radares convencionais). Porém, diferentemente do que ocorre com estes radares, a resolução angular do sistema SAR na direção azimutal, paralela à trajetória do veículo, independe da frequência do radar e de sua distância radial à cena imageada [Tomiyasu (1978)]. Esta resolução, escolhida *a-priori*, é obtida pela correlação bidimensional entre as amostras do sinal eco e uma "função de referência azimutal" (seção 3), que é a imagem de um alvo pontual ideal localizado no centro da área formada pela intersecção do feixe da antena com a superfície iluminada pelo radar. O feixe é transmitido no sentido transversal ("visada lateral") ao do movimento do veículo. Este processamento exige um grande esforço computacional [Mura (1990)].

Neste trabalho apresenta-se um modelo matemático da imagem SAR em função da geometria de observação da cena pela antena do radar, dos parâ-

metros do radar e da densidade de refletividade da cena. A partir desse modelo, determina-se a função espalhamento pontual de um SAR instalado a bordo de aeronaves (seção 4). Para sistemas instalados em satélites a função espalhamento pontual pode ser deduzida a partir do desenvolvimento realizado neste trabalho.

O modelo teórico de função espalhamento pontual é comparado (seção 5) com a imagem tridimensional obtida de um "corner reflector", considerado um alvo pontual real. Os dados relativos a esse alvo foram coletados pelo Sistema E-SAR da Agência Espacial Alemã DLR e a imagem foi gerada pelo INPE.

## 2. COMPRESSÃO DE PULSO

Para se obter uma boa resolução radial, utiliza-se a técnica de compressão de pulso que consiste na transmissão de pulsos de rádio frequência de duração  $T_p$  modulados linearmente em frequência e na passagem do sinal eco por um filtro casado com eco de um alvo pontual ideal que esteja no centro do feixe da antena do radar, [Fernandes et al. (1992)].

Com a compressão de pulsos, a resolução do radar que era  $(c_0 \cdot T_p)/2$  passa a ser  $c_0/(2 \cdot \alpha \cdot T_p)$ , onde  $\alpha$  é o desvio instantâneo de frequência da portadora e  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo [Hovanessian (1980)]. A compressão de pulsos melhora a resolução radial do radar de um fator denominado de "razão de compressão" que é igual a  $\alpha \cdot T_p^2$ .

Se o filtro que realiza a compressão de pulsos é casado com um eco proveniente de um alvo pontual

ideal localizado no centro do feixe, com coordenadas  $(x_k, y_i)$  na superfície da cena, diz-se que o mesmo está sintonizado em  $(x_k, y_i)$ .  $(0, y_i)$  representa a posição do nadir da antena do radar. A figura 2.1 mostra a geometria de observação da cena pelo radar.

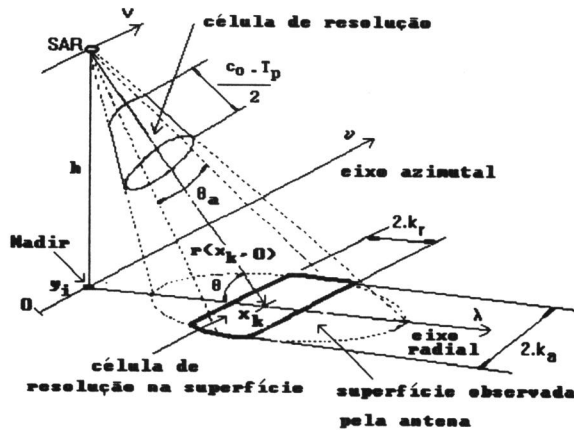


Figura 2.1: Observação da cena.

Para cada  $y_i$ , fazendo-se  $x_k$  variar, sintoniza-se o filtro casado ao longo de toda a cena.

A figura 2.2 mostra as etapas que levam à formação da imagem complexa  $\tilde{z}(x_k, y_i)$  após a compressão de pulsos, de uma cena imageada pelo SAR. No caso de um radar de abertura real, as etapas de processamento para geração de imagens se encerram neste ponto.

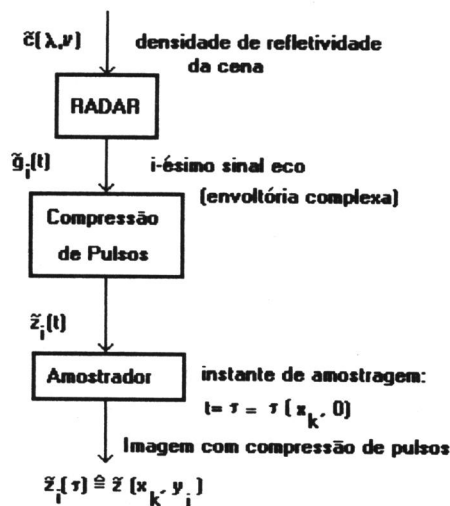


Figura 2.2: Compressão de pulso.

A superfície que está sendo observada pela antena pode ser caracterizada por uma densidade de re-

fletividade complexa  $\tilde{c}(\lambda, \nu)$  [Van Trees (1971)], [Fernandes (1985)], [Munson-Vicentin (1989)].  $(\lambda, \nu)$  representa as coordenadas de um ponto na superfície da cena que está sendo imageada.

A envoltória complexa  $\tilde{g}_i(t)$  relativa ao sinal eco gerado pela somatória das reflexões em uma célula de resolução é dada por: [Munson-Vicentin (1989)], [Fernandes et al. (1992)]:

$$\tilde{g}_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{W}_a(\lambda, \nu - y_i) \cdot \tilde{c}(\lambda, \nu) \times \exp[-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau(\lambda, \nu - y_i)] \cdot \tilde{e}(t - \tau(\lambda, \nu - y_i)) \times \text{rect} \left[ \frac{\lambda - x}{2 \cdot k_r} \right] \cdot \text{rect} \left[ \frac{\nu - y_i}{2 \cdot k_a} \right] d\nu d\lambda. \tag{2.1}$$

$f_c$  é a frequência da portadora.

$\tilde{W}_a(\lambda, \nu - y_i)$  é o ganho da antena transmissora-receptora em um ponto  $(\lambda, \nu)$  na superfície, quando o nadir da antena está em  $(0, y_i)$ .

$$y_i = i \cdot d \tag{2.2}$$

$d$  é a distância percorrida pelo nadir entre duas emissões consecutivas de pulsos pelo radar.  $i$  indica que o  $i$ -ésimo pulso foi transmitido.

$$d = v \cdot T_0 \tag{2.3}$$

$v$  é a velocidade linear de deslocamento do SAR.

$T_0$  é o período de repetição de pulsos do radar.

$\tilde{e}(t)$  é a envoltória de um pulso do sinal transmitido, modulado linearmente em frequência, que pode ser expressa como [Carlson (1981)]:

$$\tilde{e}(t) = k_s \cdot \exp(j \cdot \pi \cdot \alpha \cdot t^2) \cdot \text{rect} \left[ \frac{t}{T_p} \right] \tag{2.4}$$

$k_s$  é uma constante real.

$$\text{rect}[t/T] = \begin{cases} 1, & \text{se } |t| \leq T; \\ 0, & \text{se } |t| > T. \end{cases}$$

$$\tau(\lambda, \nu - y_i) = \frac{2 \cdot r(\lambda, \nu - y_i)}{c_0} \tag{2.5}$$

$\tau(\lambda, \nu - y_i)$  é o atraso relativo à distância entre a antena do radar,  $r(\lambda, \nu - y_i)$ , e o ponto  $(\lambda, \nu)$  na superfície quando o nadir da antena está em  $(0, y_i)$ .

A dimensão radial de uma célula de resolução na superfície (sem compressão de pulso) é dada por  $2 \cdot k_r$ , onde

$$k_r = \frac{c_0 \cdot T_p}{4 \cdot \cos \theta} \tag{2.6}$$

$\theta$  é o ângulo rasante relativo ao centro  $(x_k, y_i)$  da célula de resolução.

A dimensão azimutal de uma célula de resolução na superfície é dada por  $2.k_a$ , onde

$$k_a = \frac{\theta_a \cdot r(x_k, 0)}{2} \quad (2.7)$$

$\theta_a$  é a abertura azimutal do diagrama de irradiação do antena transmissora-receptora definida pelos pontos de -3dB.

A figura 2.1 mostra como as constantes  $k_r$  e  $k_a$  definem uma célula de resolução na superfície.

Passando-se o sinal eco por um filtro sintonizado em  $(x_k, y_i)$ , obtém-se [DiFranco-Rubin (1980)]:

$$\tilde{z}_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_i(\gamma) \cdot \tilde{h}_i(t - \gamma) d\gamma \quad (2.8)$$

onde  $\tilde{h}_i(t)$  é a resposta ao impulso do filtro sintonizado em  $(x_k, y_i)$ .

Como  $\tilde{h}_i(t)$  é o sinal eco de um alvo pontual ideal localizado em  $(x_k, y_i)$ ,  $\tilde{h}_i(t)$  é obtida substituindo-se  $\tilde{c}(\lambda, \nu) = \delta(\lambda - x_k, \nu - y_i)$ , onde  $\delta(\lambda, \nu)$  é o delta de Dirac bidimensional, em (2.1), resultando:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_i(t) &= \tilde{W}_a(x_k, 0) \cdot \exp[-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau(x_k, 0)] \\ &\times \exp\{j \cdot \pi \cdot \alpha \cdot [t - \tau(x_k, 0)]^2\} \\ &\times \text{rect}\left[\frac{x_k - x}{2 \cdot k_r}\right] \cdot \text{rect}\left[\frac{t - \tau(x_k, 0)}{T_p}\right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Com (2.9) e (2.1) em (2.8) e considerando-se que a sintonia do filtro casado varia ao longo de  $x_k$  para um  $y_i$  fixo, obtém-se para cada sintonia as amostras [Fernandes et al. (1992)]:

$\tilde{z}_i(t = \tau(x_k, y_i)) \equiv \tilde{z}_i(x_k, y_i)$ , tal que:

$$\begin{aligned} \tilde{z}(x_k, y_i) &= \tilde{W}_a(x_k, 0) \cdot \exp[j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau(x_k, 0)] \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{W}_a(\lambda, \nu - y_i) \cdot \tilde{c}(\lambda, \nu) \\ &\times \exp[-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau(\lambda, \nu - y_i)] \cdot \text{rect}\left[\frac{\lambda - x_k}{2 \cdot k_r}\right] \\ &\times \text{rect}\left[\frac{\nu - y_i}{2 \cdot k_a}\right] \cdot \text{rect}\left[\frac{\tau(\lambda, \nu - y_i) - \tau(x_k, 0)}{2 \cdot T_p}\right] \\ &\times k_i(\lambda, x_k, \nu - y_i) d\lambda d\nu \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde:

$$\begin{aligned} k_i(\lambda, x_k, \nu - y_i) &= k_s^2 \cdot [T_p - |\Delta(x_k, \lambda, \nu - y_i)|] \\ &\times S_a\{\pi \cdot \alpha \cdot [\Delta(x_k, \lambda, \nu - y_i)]\} \\ &\times [T_p - |\Delta(x_k, \lambda, \nu - y_i)|] \end{aligned} \quad (2.11)$$

com:

$$\Delta(x_k, \lambda, \nu - y_i) = \tau(\lambda, \nu - y_i) - \tau(x_k, 0) \quad (2.12)$$

$$S_a(x) = (\text{sen } x)/x.$$

Para se extrair a densidade de refletividade  $\tilde{c}(x_m, y_n)$  de  $\tilde{z}(x_k, y_i)$ , e formar-se a imagem SAR, utiliza-se o conceito de receptor de correlação, [DiFranco-Rubin (1980)]. Faz-se a correlação bidimensional da imagem (2.10) com a imagem de um alvo pontual ideal localizado em  $(x_m, y_n)$ .

A imagem desse alvo pontual será chamada de função de referência azimutal bidimensional, sendo representada por  $\tilde{q}(x_k, y_i; x_m, y_n)$ , que pode ser obtida considerando-se em (2.10) um alvo pontual ideal em  $(x_m, y_n)$ , cuja densidade de refletividade é dada por:

$$c(\lambda, \nu) = \delta(\lambda - x_m, \nu - y_n)$$

A figura 2.3 mostra a função de referência azimutal bidimensional para E-SAR/DLR ( $T_p = 5 \mu\text{s}$ ,  $\alpha = 11,76 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ,  $f_c = 5,3 \text{ Ghz}$ ,  $v = 72 \text{ m/s}$ ,  $1/T_0 = 952,38 \text{ Hz}$ ,  $\theta_a = 17^\circ$ ,  $h = 920 \text{ m}$ ), com um alvo pontual localizado em  $x_m = y_n = 2000\text{m}$ .

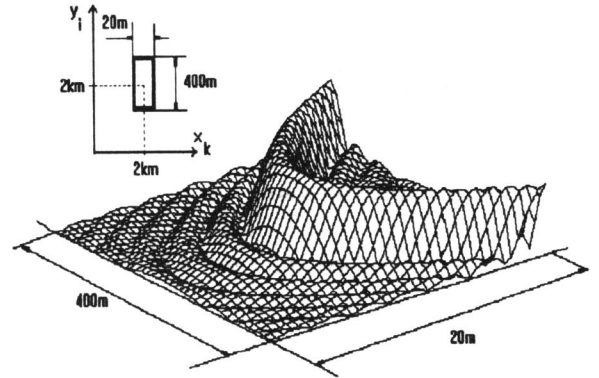


Figura 2.3: Função de referência bidimensional.

Esta função pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} \tilde{q}(x_k, y_i; x_m, y_n) &= \tilde{W}_a(x_k, 0) \cdot \tilde{W}_a(x_m, y_n - y_i) \\ &\times \exp\{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)\} \\ &\times \text{rect}\left[\frac{x_m - x_k}{2 \cdot k_r}\right] \cdot \text{rect}\left[\frac{y_n - y_i}{2 \cdot k_a}\right] \\ &\times \text{rect}\left[\frac{\Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)}{2 \cdot T_p}\right] \cdot k_i(x_m, x_k, y_n - y_i) \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde,

$$\begin{aligned} k_i(x_m, x_k, y_n - y_i) &= k_s^2 \\ &\times [T_p - |\Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)|] \\ &\times S_a\{\pi \cdot \alpha \cdot \Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)\} \\ &\times [T_p - |\Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)|] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Observa-se ainda que a função  $\tilde{q}(x_k, y_i; x_m, y_n)$  está centrada em  $(x_m, y_n)$ . Em (2.13),  $(x_k, y_i)$  são as variáveis e  $(x_m, y_n)$  são parâmetros.

A função de referência azimutal bidimensional constitui a função espalhamento pontual de um radar de abertura real, que apresenta boa resolução radial. Prova-se [Fernandes et al. (1992)], que a resolução radial na superfície passa a ser de  $c_0/(2\alpha T_p \cos \theta)$ , com uma compressão de  $\alpha T_p^2$  em relação a (2.6). Porém, a resolução azimutal é pobre devido à grande abertura do diagrama de irradiação da antena. Observa-se na figura 2.3 que a imagem do alvo pontual se espalha na direção azimutal segundo uma superfície curva que recebe o nome de "range migration".

Nas seções seguintes são analisados os processamentos adicionais efetuados em um sistema SAR, que melhoram significativamente a resolução azimutal.

### 3. FUNÇÃO DE REFERÊNCIA AZIMUTAL

O cômputo da correlação bidimensional utilizando a função de referência azimutal (2.13) torna o processamento extremamente complexo. São propostas, portanto, as seguintes simplificações:

a) Em (2.13) faz-se  $x_k = x_m$ . Isso equivale a considerar-se apenas a dimensão azimutal de  $\tilde{q}(x_k, y_i; x_m, y_n)$  no plano  $(x_k, y_i)$ .

b) Considera-se a largura azimutal  $k_{at}$  para a qual vale a aproximação:

$$k_i(x_m, x_m, y_n - y_i) \simeq k_s^2 T_p \quad (3.1)$$

$k_{at}$  representa, portanto, a largura azimutal para a qual  $k_i(\cdot, \cdot, \cdot)$  pode ser considerada aproximadamente constante e igual ao seu valor máximo.

c) Em (2.13) nota-se a existência de um limitante para a abertura azimutal, imposto através de  $\text{rect}[\Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)/2T_p]$ . Desse modo teremos:

$$|\Delta(x_k, x_m, y_n - y_i)| \leq T_p \quad (3.2)$$

Considerando-se que:

$$\begin{aligned} r(\lambda, \nu - y_i) &= [r(\lambda, 0)^2 + (\nu - y_i)^2]^{1/2} \\ &\simeq r(\lambda, 0) + \frac{(\nu - y_i)^2}{2r(\lambda, 0)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Com (2.12), (2.5) e (3.3) em (3.2), para  $x_k = x_m$ , obtém-se:

$$|y_n - y_i| \leq [T_p \cdot c_0 \cdot r(x_m, 0)]^{1/2} \equiv k_{au} \quad (3.4)$$

$k_{au}$  é o limitante superior de  $\tilde{q}(x_m, y_i; x_m, y_n)$  em (2.13), ou seja,  $\tilde{q}(x_m, y_i; x_m, y_n) = 0$  para  $|y_n - y_i| > k_{au}$ .

Pode-se mostrar que  $k_{at} \leq k_{au}$ .

Como  $k_{at} \leq k_{au}$ , a função  $\text{rect}[\cdot]$  que deu origem a (3.4) pode ser eliminada de (2.13) se for imposta a condição  $|y_n - y_i| > k_{at}$ .

De "a", "b" e "c" em (2.13) e levando-se em conta (3.3) e (2.5), obtém-se uma função de referência unidimensional simplificada:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_u(x_m, y_i; x_m, y_n) &= k_s T_p^2 \tilde{W}_a(x_k, 0) \\ &\times \tilde{W}_a(x_m, y_n - y_i) \cdot \exp \left\{ -j \cdot \frac{2\pi \cdot f_c \cdot (y_n - y_i)^2}{c_0 \cdot r(x_m, 0)} \right\} \\ &\times \text{rect} \left[ \frac{y_n - y_i}{2k_{aa}} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde  $k_{aa} \leq k_{at}$  é uma largura azimutal arbitrária. Posteriormente será mostrado que  $k_{aa}$  irá definir a resolução azimutal da imagem, a qual pode ser escolhida *a-priori*.

Em (3.5) nota-se que a única variável da função  $\tilde{q}_u(\cdot, \cdot, \cdot)$  é  $y_i$ , o que simplifica o cálculo da correlação desta função com as amostras do sinal eco.

Essas aproximações não podem ser utilizadas em sistemas SAR embarcados em satélites, pois nesse caso as hipóteses assumidas acima não se aplicam. Para esses sistemas, porém, verificou-se ser possível se usar como função de referência azimutal simplificada a curva formada pelos máximos (de valor constante) de  $\tilde{q}(x_k, y_i; x_m, y_n)$ , que é uma função bidimensional.

### 4. FUNÇÃO ESPALHAMENTO DO SAR

Como foi descrito na seção 2, a imagem SAR é obtida através da correlação entre  $\tilde{z}(x_k, y_i)$  e a função de referência azimutal, considerada simplificada como sendo unidimensional,

Assim sendo, a imagem SAR é dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_u(x_m, y_n) &= \sum_{i=n+k_{aa}/2}^{n-k_{aa}/2} \tilde{q}_u^*(x_m, y_i; x_m, y_n) \cdot \tilde{z}(x_k, y_i) \\ &k_{aa} \leq k_{at} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Analisemos a imagem SAR relativa ao alvo pontual ideal definido por:

$$c(\lambda, \nu) = \delta(\lambda - x_d, \nu - y_b) \quad (4.2)$$

Com (4.2) em (2.10) e considerando-se a aproximação (3.3), que também foi utilizada na formação de  $\tilde{q}_u(x_m, y_i; x_m, y_n)$ , a correlação (4.1) fica:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_p(x_m, y_n) &= k_s^2 \cdot T_p \\ &\times \sum_{i=n-k_{aa}/d}^{n+k_{aa}/d} |\tilde{W}_a(x_m, 0)|^2 \cdot \tilde{W}_a(x_m, y_n - y_i) \\ &\times \tilde{W}_a(x_d, y_b - y_i) \cdot k_i(x_d, x_m, y_b - y_i) \\ &\times \exp \left\{ j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f_c}{c_0} \cdot [2 \cdot r(x_m, 0) \right. \\ &\left. + \frac{(y_n - y_i)^2}{r(x_m, 0)} - 2 \cdot r(x_d, 0) - \frac{(y_b - y_i)^2}{r(x_d, 0)}] \right\} \\ &\times \text{rect} \left[ \frac{y_b - y_i}{2 \cdot k_a} \right] \cdot \text{rect} \left[ \frac{x_d - x_m}{2 \cdot k_r} \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$k_{aa} \leq k_{at}$$

Para o estudo da resolução em azimute faremos em (4.3):

- a)  $x_m = x_d$
- b) Consideremos  $k_i(x_d, x_d, y_b - y_i)$ .

Utilizando-se o conceito de pulso equivalente, quando  $\alpha \cdot T_p^2 \gg 1$ , teremos, [Delay (1970)]:

$$k_i(x_d, x_d, y_b - y_i) \simeq \begin{cases} k_s^2 \cdot T_p, & \text{para } |y_b - y_i| \leq k_{ae} \\ 0, & \text{para } |y_b - y_i| > k_{ae} \end{cases} \quad (4.4)$$

onde  $k_{ae}$  é a largura azimutal equivalente, definida por:

$$k_{ae} = \left[ \frac{c_0 \cdot r(x_d, 0)}{2 \cdot \alpha \cdot T_p} \right]^{1/2} \quad (4.5)$$

Pode-se mostrar que:  $k_{at} \leq k_{ae}$ .

De "a" e "b" tem-se que:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_p(x_d, y_d) &= \tilde{c} \cdot k_s^4 \cdot T_p^2 \cdot |\tilde{W}_a(x_d, 0)|^2 \\ &\times \exp \left\{ j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot (y_n^2 - y_b^2)}{c_0 \cdot r(x_d, 0)} \right\} \\ &\times \sum_{i=n-k_{aa}/d}^{n+k_{aa}/d} \tilde{W}_a(x_d, y_n - y_i) \cdot \tilde{W}_a(x_d, y_b - y_i) \\ &\times \exp \left\{ j \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot f_c \cdot y_i \cdot (y_b - y_n)}{c_0 \cdot r(x_d, 0)} \right\} \\ &\times \text{rect} \left[ \frac{y_b - y_i}{2 \cdot k_{ae}} \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$k_{aa} \leq k_{at} \leq k_{ae}$$

Definindo  $l = i - n$ , tendo em conta (2.2) e considerando  $\tilde{W}_a(x, y - y_i) \approx 1$  para  $|y - y_i| \leq k_{at}$ , a expressão (4.6) fica:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_p(x_d, y_d) &= \tilde{c} \cdot k_s^4 \cdot T_p^2 \\ &\times \exp \left\{ -j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot d^2 \cdot (n - b)^2}{c_0 \cdot r(x_d, 0)} \right\} \\ &\times \sum_{l=-k_{aa}/d}^{k_{aa}/d} \exp \left\{ j \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot f_c \cdot d^2 \cdot l \cdot (b - n)}{c_0 \cdot r(x_d, 0)} \right\} \\ &\times \text{rect} \left[ \frac{b - l - n}{2 \cdot (k_{ae} - k_{aa})/d} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$k_{aa} \leq k_{at} \leq k_{ae}$$

Considerando-se somente a vizinhança de  $y_b$ , definida por:

$$|y_b - y_n| \leq k_{ae} - k_{aa} \quad (4.8)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_p(x_d, y_d) &= \tilde{c} \cdot k_s^4 \cdot T_p^2 \cdot \left[ \frac{2 \cdot k_{aa}}{d} + 1 \right] \\ &\times S_a \left\{ \frac{4 \cdot \pi \cdot f_c \cdot d^2 \cdot (b - n)}{c_0 \cdot r(x_d, 0)} \right. \\ &\left. \times \left[ \frac{k_{aa}}{d} + \frac{1}{2} \right] \right\} \cdot \text{rect} \left[ \frac{y_n - y_b}{2 \cdot (k_{ae} - k_{aa})} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$k_{aa} \leq k_{at} \leq k_{ae}$$

Definindo-se a largura azimutal equivalente  $\delta_y$  como sendo a distância entre o valor máximo e o primeiro nulo de (4.9) [Delay (1970)] e sabendo-se que  $k_{aa} \gg d$ , obtém-se:

$$\delta_y = \frac{c_0 \cdot r(x_d, 0)}{2 \cdot f_c \cdot (2 \cdot k_{aa})} \quad (4.10)$$

Fazendo  $k_{aa} = \xi \cdot k_a$ , com  $\xi \leq 1$  pois  $k_{aa} \leq k_{at} \leq k_{ae} \leq \min(k_{aa}, k_a)$ , levando-se em conta (2.7) e sabendo-se que o comprimento de onda da portadora é  $\lambda_c = c_0/f_c$ , resulta:

$$\delta_y = \frac{\lambda_c}{2 \cdot \theta_a \cdot \xi} \quad (4.11)$$

De (4.11) conclui-se que a resolução azimutal do SAR independe da distância  $r(x_d, 0)$ . Nos radares de abertura real a resolução azimutal é proporcional a essa distância. Ao contrário do que ocorre nos radares de abertura real, aumentando-se  $\theta_a$  a resolução azimutal melhora.

A melhor resolução é dada por  $\delta_y$  mínimo:  $\delta_{ym}$ . Como  $\xi \leq 1$  tem-se:

$$\delta_{ym} = \frac{\lambda_c}{2 \cdot \theta_a} \quad (4.12)$$

Uma antena de um radar convencional, com uma abertura  $L$  uniformemente iluminada, gera um feixe com largura  $\Delta\theta$  (correspondente aos pontos de  $-3\text{dB}$ ), onde [Tomiyasu (1978)]:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda_c}{L} \quad (4.13)$$

Se a antena é utilizada como transmissora e receptora:

$$\Delta\theta_{tr} = \frac{\lambda_c}{2L} \quad (4.14)$$

Fazendo-se  $\Delta\theta = \theta_a$ . Com (4.13) em (4.12) obtém-se a expressão clássica para a resolução azimutal mínima da imagem SAR,  $\delta_{y_m} = L/2$ , em função da abertura  $L$  de sua antena.

Na figura 4.1 apresenta-se  $|\tilde{f}_p(x_m, y_n)|$  da expressão (4.3), para o E-SAR/DLR.

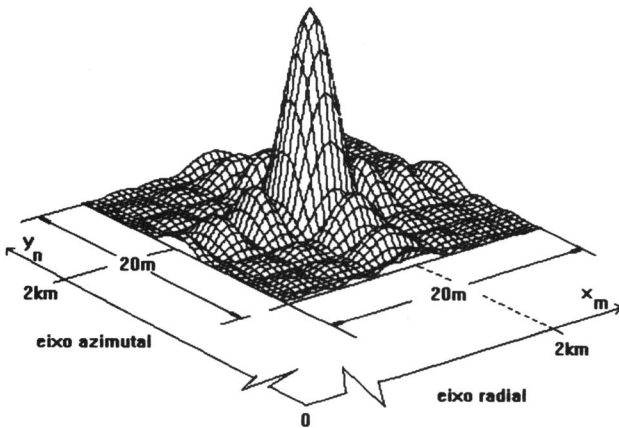


Figura 4.1: Imagem E-SAR/DLR de um alvo pontual.

Para a imagem da figura 4.1, ( $T_p = 5\mu\text{s}$ ,  $\alpha = 11,76 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ,  $f_c = 5,3 \text{ GHz}$ ,  $1/T_0 = 952,38 \text{ Hz}$ ,  $v = 72 \text{ m/s}$ ,  $\theta_a = 17^\circ$ ,  $h = 920 \text{ m}$ ), considerando-se um alvo pontual localizado em  $x_d = y_b = 2000\text{m}$  e uma resolução azimutal especificada  $\delta_y = 3,0\text{m}$ .

A vizinhança de  $y_b$ , dada por (4.8), para que (4.10) seja válida é  $|y_b - y_n| \leq k_{ae} - k_{aa} \approx 64,6\text{m}$ . Como esta vizinhança é muito maior que a resolução azimutal de  $3,0\text{m}$ , a expressão (4.10) é de fato válida para o E-SAR/DLR.

Na figura 4.2 apresenta-se a função espalhamento nos planos radial e azimutal que passam pelo pico da função. Observa-se que a resolução radial na superfície é de  $2,8\text{m}$ , de acordo com a previsão teórica dada por  $c_0/(2\alpha T_p \cos \theta)$ , onde  $\theta = 24,7^\circ$ . A resolução azimutal é de  $3,0\text{m}$  conforme especificado.

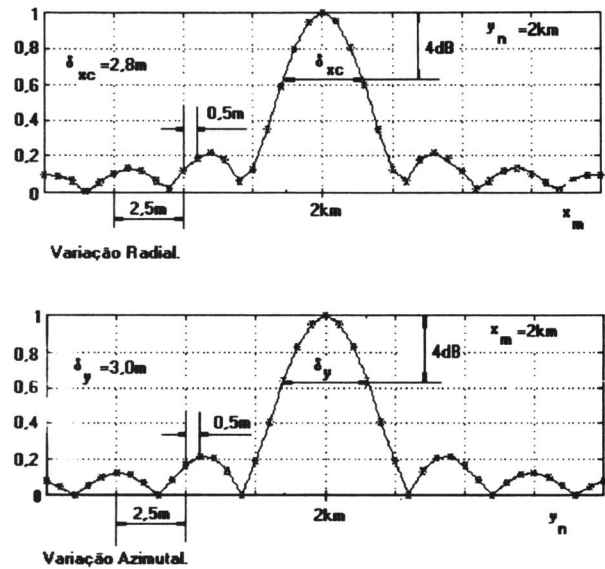


Figura 4.2: Corte radial e azimutal da imagem E-SAR/DLR de alvo pontual.

## 5. VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Comparou-se o módulo da imagem de um "corner reflector", gerada pelo E-SAR/DLR, que pode ser considerado um alvo pontual ideal com o módulo da função espalhamento.

A imagem disponível para a comparação foi gerada no INPE (Eng. J. C. Mura - DPI), com as seguintes peculiaridades:

Após a compressão de pulso o sinal bidimensional  $\tilde{z}(x_k, y_i)$  para um dado  $x_k$  e  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$  foi processado do seguinte modo:

a) Pré-soma: Fêz-se a correlação com uma janela triangular (duração correspondente a 7 amostras não nulas).

b) Amostragem: Após a pré-soma, que é uma filtragem passa-baixas, o sinal foi reamostrado a cada quatro amostras.

Com a pré-soma e a reamostragem, a distância correspondente a cada amostra em azimute, que era igual a  $d = 0,0735\text{m}$ , passou a ser de  $0,294\text{m}$ .

c) Utilizou-se a função de referência azimutal unidimensional simplificada ponderada por uma janela de Hamming. A largura  $k_{aa}$  da função de referência, foi calculada para se obter uma resolução de  $3,0\text{m}$ . A distância entre as amostras correspondia a  $0,294\text{m}$ .

Número de visadas: Geraram-se 8 imagens de  $3,0\text{m}$  de resolução nominal da mesma cena, utilizando-se funções de referência deslocadas em azimute e que se superpunham parcialmente. A imagem final foi a média das oito imagens.

No sentido azimutal foi feita a correlação com uma janela retangular (duração de 4 amostras). Re-amostrou-se a cada quatro amostras, de modo que a distância entre as amostras em azimute passou a ser  $4 \times 0,294 \approx 1,18\text{m}$ .

A resolução radial era de 3,0m e a distância en-

tre as amostras de 1,5m ( $x_k - x_{k-1} = 1,5\text{m}$ ).

As características de geração da imagem, excluindo-se o número de visadas que não afetam a função espalhamento, foram incorporadas aos modelos matemáticos e os resultados são mostrados nas figuras 5.1 e 5.2.

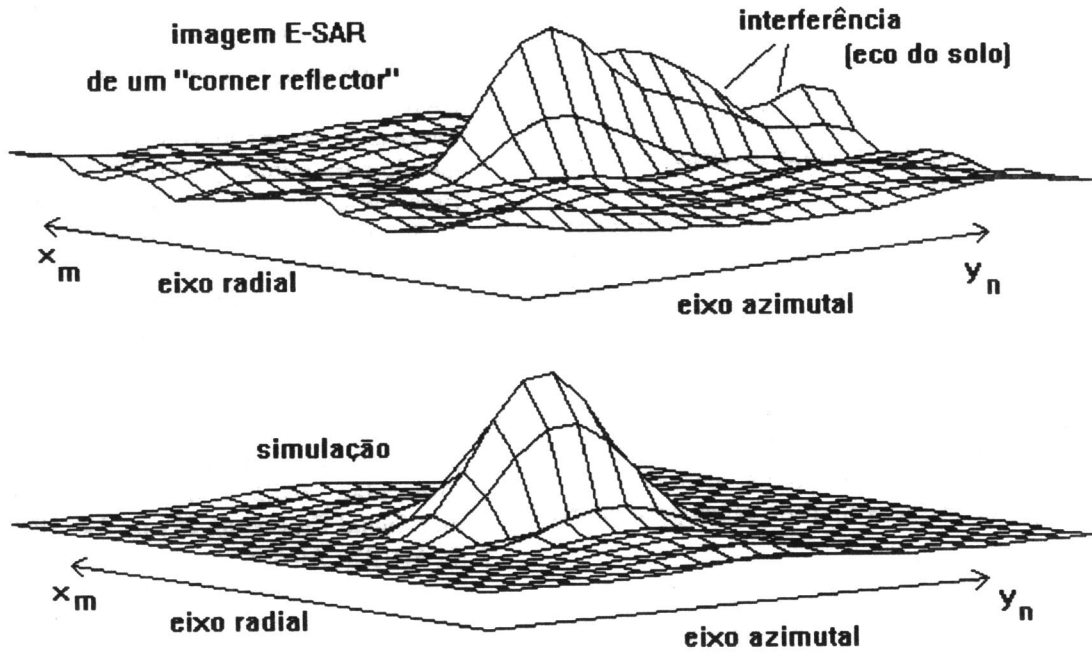


Figura 5.1: Comparação entre a imagem E-SAR de um “corner reflector” com a respectiva função espalhamento teórica.

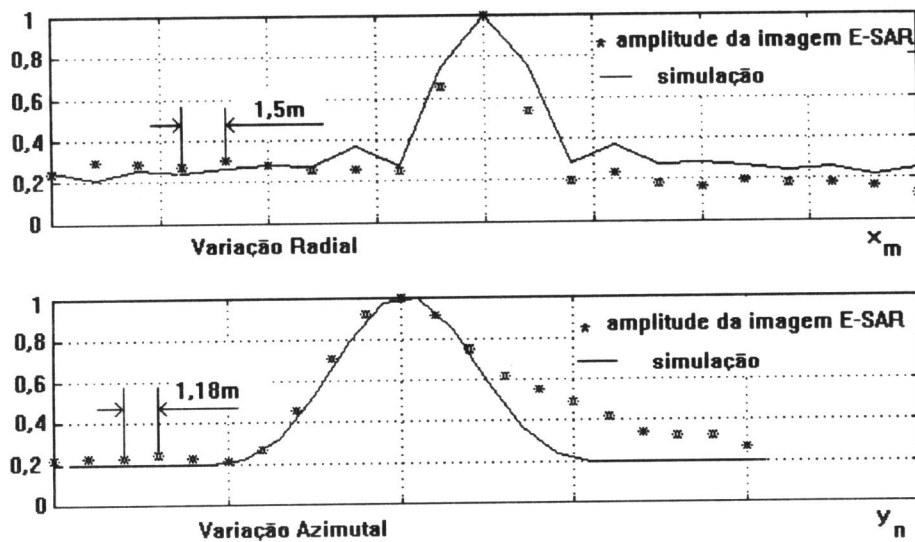


Figura 5.2: Corte radial e azimutal da imagem E-SAR do “corner reflector” e da função espalhamento.

As discrepâncias na comparação entre a função espalhamento e os dados reais podem ser justificadas pela reflexão da onda incidente nas vizinhanças do "corner reflector", apesar de terem sido colocados absorvedores de energia eletromagnética nessas vizinhanças.

## 6. CONCLUSÕES

Desenvolveram-se os modelos matemáticos que descrevem a geração da imagem SAR a partir da geometria de observação, dos parâmetros do radar e da densidade de refletividade de uma cena. Tais resultados foram comparados com medidas experimentais para o radar E-SAR da DLR, cujas imagens estão sendo geradas pelo INPE.

Esses modelos permitem o estudo do processo de geração das imagens, enfatizam os elementos essenciais do processamento que leva a formação da imagem, possibilitam a análise do desempenho de processamentos não essenciais ou não fundamentais teoricamente mas que se mostram úteis e eficazes em aplicações práticas. Através desses modelos pode-se gerar a função espalhamento do SAR, que possibilita a análise da resolução do sistema, além de permitir a simulação de imagens SAR de cenas particulares.

## 7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao pesquisador do DPI/INPE, J. C. Mura, pela geração das imagens E-SAR/DLR, ao pesquisador da DLR-Alemanha, J. Moreira, pelo envio dos dados brutos do radar E-SAR e pela assessoria na formação de imagens, ao Prof. F. Walter, coordenador do Projeto PNUD BRA-87/001 no ITA, e à FAPESP pelo apoio ao INPE, Proc. 91/3532-2, na realização desse trabalho.

## 8. REFERÊNCIAS

- A. B. CARLSON, *Sistemas de Comunicações*, SP, McGraw-Hill, 1981.
- G. W. DELAY, Waveform Design, in: M. I. SKOLNIK, ed. - *Radar Handbook*, NY, McGraw-Hill, 1970, cap.3.
- J. V. DI FRANCO and W. L. RUBIN - *Radar Detection*, MA, Artech House, 1980.
- E. C. FARNETT and G. H. STEVENS, Pulse Compression Radar, in: M. I. SKOLNIK, ed. - *Radar Handbook*, NY, McGraw-Hill, 1990, cap.
- D. FERNANDES, *Modelos Matemáticos para o "Clutter" de Radar*. Tese de Mestrado, São José dos Campos, ITA, 1985.
- D. FERNANDES, F. T. SAKANE & N. D. A. MASCARENHAS, - Função espalhamento pontual em imagens de radar com compressão de pulsos. Submetido para publicação no XII Congresso da Soc. Bras. de Computação - XIX Seminário Integrado de Software e Hardware (SEMISH'92), RJ, 1992.
- S. A. HOVANESSIAN, *Radar Detection and Tracking Systems*, Dedham, MA, Artech House, 1973.
- S. A. HOVANESSIAN, *Introduction to Synthetic Array and Imaging Radars*, Dedham, MA, Artech House, 1980.
- J. R. MUNSON, D. C. and R. J. VISENTIN, A signal processing view of strip-mapping synthetic aperture radar. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing* **37**, n. **12** (1989)
- J. C. MURA, Algoritmos e metodologia de processamento para síntese de imagens de Radar de Abertura Sintética (SAR) *Anais do VI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto* (1990).
- K. TOMIYASU, Tutorial review of Synthetic Aperture Radar (SAR) with application to imaging of the ocean surface. *Proceedings of the IEEE* **66**, n. **5** (1978) 563-584.
- T. F. ULABY, R. K. MOORE & A. K. FUNG, *Microwave Remote Sensing Active and Passive Vol.II*, Addison-Wesley, 1982.
- L. VAN TREES, *Detection Estimation and Modulation Theory. Part III*, NY, John Wiley, 1971.
- D. R. WEHNER, *High Resolution Radar*, Norwood, MA, ArtechHouse, 1987.